

改进的双曲正切函数的变步长 LMS 算法

章坚武¹, 余皓¹, 章谦骅²

(1. 杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018; 2. 之江实验室智能网络研究中心, 浙江 杭州 311121)

摘 要: 为了解决定步长 LMS 算法不能同时满足快速收敛和低稳态误差的问题, 提出了一种基于改进双曲正切函数的变步长 LMS 算法 (IVSSLMS)。该算法利用步长反馈因子的二范数和误差信号的相关值来调节步长, 克服了定步长算法收敛速度慢及抗噪声能力差的问题; 并从理论上分析了算法的性能, 给出了参数的取值方法。仿真实验结果表明, 在高/低信噪比条件下, IVSSLMS 算法比已有变步长算法的收敛速度更快、稳态误差更小、系统跟踪能力更优。

关键词: 最小均方算法; 双曲正切函数; 稳态误差; 归一化

中图分类号: TN927

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2020224

Improved variable step-size LMS algorithm based on hyperbolic tangent function

ZHANG Jianwu¹, YU Hao¹, ZHANG Qianhua²

1. School of Communication Engineering, Hangzhou Electronic Science and Technology University, Hangzhou 310018, China

2. Research Center for Intelligent Networks, Zhejiang Lab, Hangzhou 311121, China

Abstract: In order to improve that the LMS algorithm for determining step size cannot satisfy both rapid convergence and low steady-state misalignment errors, a variable step size algorithm (IVSSLMS) based on an improved hyperbolic tangent function was proposed. The step size feedback factor and the correlation value of the error signal were used to adjust the step size, and the problems of slow convergence speed and poor anti-noise ability of the fixed-step size algorithm was overcome. The performance and parameters settings of the proposed algorithm were analyzed. The simulation results show that IVSSLMS has a faster convergence rate, lower steady-state error and better system tracking capability than the existing variable step size algorithms under high and low SNR conditions.

Key words: LMS algorithm, hyperbolic tangent function, steady state misalignment error, normalization

1 引言

随着现代通信技术的发展, 毫米波通信以及同时同频全双工通信是目前 5G 研究中的热点研究领域^[1-2]。在这些研究领域中, 为更好地进行高指向性波束校准以及相应的信号检测, 需要进行干扰噪声的自适应抵消, 该类问题是目前的研究难点之一。

Widrow 等^[3]最早在 20 世纪 80 年代提出了最小均方误差 (LMS, least mean square) 算法, LMS 算法具有计算简便、实现难度低、适应能力强等特点, 在雷达波束成形、干扰噪声自适应抵消和新一代移动通信技术等领域被广泛应用^[4-8]。

传统 LMS 算法的步长为定值 (下文称为定步长 LMS 算法), 不能同时满足快速收敛和低稳态误

收稿日期: 2020-05-27; 修回日期: 2020-09-17

通信作者: 章谦骅, zhangqh@zhejianglab.com

基金项目: 工信部 2019 年产业技术基础公共服务平台基金资助项目 (No.2019-00891-2-1)

Foundation Item: The Project of Industrial Technology Basic Public Service Platform of the Ministry of Industry and Information Technology in 2019 (No.2019-00891-2-1)

差的要求。鉴于此, 为了改善定步长 LMS 算法的性能, 研究者开展了大量的研究。文献[9]提出了基于 S 函数的变步长 LMS 算法, 该算法利用 S 函数控制步长变化, 使步长因子在收敛初期取得一个较大值, 在接近或达到收敛时, 赋予步长因子一个较小值。相较于定步长 LMS 算法, 变步长 LMS 算法具有更快的收敛速度和更低的稳态误差。但在趋于收敛时, 由于 S 函数的特性, 该算法在接近原点时曲线过于陡峭, 会导致步长因子取值迅速变化, 使算法在稳态时的误差变大。文献[10]将 S 函数经过平移翻转变换, 并引入参数改善了 S 函数的底部变化, 获得了较好的性能, 但由于该算法模型过于复杂, 影响了算法的灵活性。文献[11]则基于具有 S 函数曲线特性的 Q 函数, 并利用补偿项的相对误差互相关函数控制步长的更新, 提出了一种新的变步长 LMS 算法, 由于 Q 函数的特性, 该算法同样面临着收敛时稳态误差大的问题。文献[12]使用了梯度的统计平均控制步长因子, 提高了算法的收敛速度并获得了较好的稳态误差性能, 不足是该算法的抗干扰性能较差, 且引入的判断门限使算法的复杂度过高。文献[13]通过引入指数函数, 提出了基于指数函数的变步长算法, 但该算法在运行过程中使用了过多的指数运算, 同样导致算法的复杂度过高。文献[14]在文献[13]的基础上, 将其中的变步长方法用于部分滤波加权系数的更新, 提高了收敛速度, 并降低了复杂度。然而, 在低信噪比环境下, 该算法在接近收敛时的步长较大, 导致稳态性能较差。文献[15-16]则建立了步长因子与迭代次数的非线性关系, 可以提高算法的收敛速度, 同时改善了抗干扰性能, 但它们的跟踪性能却明显不足。

综上所述, 已有的变步长算法不能同时较好地解决噪声干扰、系统跟踪性能差、稳态误差较高等问题。为了解决以上问题, 本文提出了基于改进双曲正切函数的变步长 LMS 算法 (IVSSLMS, improved variable step-size LMS), 该算法在双曲正切函数的基础上, 利用误差信号的相关值和步长反馈因子, 共同调节步长因子的取值, 使算法在保证快速收敛的同时, 降低稳态误差, 并提高了算法的系统跟踪性能。与已有变步长算法对比, 本文所提算法具有更优异的性能。

2 定步长 LMS 算法

自适应滤波器的原理框架如图 1 所示。输入信号 $x(n)$ 经过未知系统与外界噪声 $v(n)$ 叠加后形成期

望信号 $d(n)$, $x(n)$ 经过自适应滤波器后的输出信号为 $y(n)$ 。将期望信号 $d(n)$ 与输出信号 $y(n)$ 相减得到误差信号 $e(n)$ 。 $e(n)$ 反馈给自适应滤波器来更新自适应滤波器的加权系数向量, 使更新后的输出信号更加接近于期望信号, 从而达到自适应滤波的目的。

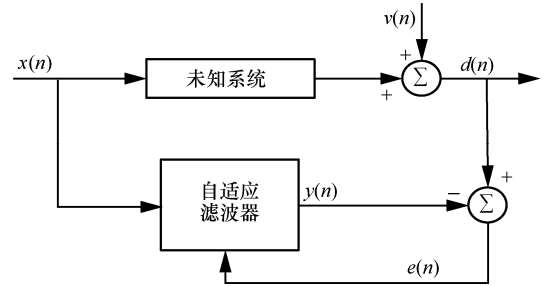


图 1 自适应滤波器原理框架

自适应滤波器的输出信号 $y(n)$ 为

$$y(n) = \mathbf{W}^T(n) \mathbf{X}(n) = \sum_{i=1}^M w_i(n) x_i(n) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M+1)]^T$, $\mathbf{W}(n) = [w(n), w(n-1), \dots, w(n-M+1)]^T$ 均为自适应滤波器的加权系数向量, M 为自适应滤波器的阶数。误差信号 $e(n)$ 为期望信号与自适应滤波器输出信号之差, 其值为

$$e(n) = d(n) - \mathbf{W}^T(n) \mathbf{X}(n) \quad (2)$$

误差信号的均方误差 (MSE, mean square error) $E[e^2(n)]$ 为

$$E[e^2(n)] = E[d^2(n)] - 2E[d(n)\mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)] + E[\mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n)\mathbf{W}(n)] \quad (3)$$

LMS 算法自适应滤波器的加权系数更新式为

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \mu(-\nabla \mathbf{I}) \quad (4)$$

其中, μ 为步长因子, 其值为常数; $\nabla(\bullet)$ 为求梯度。

对均方误差的梯度向量 $\nabla \mathbf{I}$ 进行估计, 如式(5)所示。

$$\hat{\nabla} \mathbf{I} = \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{W}(n)} = -2e(n)\mathbf{X}(n) \quad (5)$$

联立式(4)和式(5)可得

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \mu(-\nabla \mathbf{I}) = \mathbf{W}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{X}(n) \quad (6)$$

定步长的 LMS 算法的流程为

$$y(n) = \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) \quad (7)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (8)$$

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2\mu e(n)\mathbf{X}(n) \quad (9)$$

由文献[1]可知, LMS 算法的收敛条件为

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (10)$$

其中, λ_{\max} 为自适应滤波器输入信号自相关矩阵的最大特征值。

3 改进的变步长 LMS 算法

传统的定步长 LMS 算法中步长因子为恒定值, 不能同时改善收敛速度和稳态误差性能, 为了解决这种问题, 各种变步长算法被提出。覃景繁等^[17]给出的步长选取原则为步长因子在算法初期应取得一个较大值, 使算法能够快速收敛, 当算法趋于收敛时, 使步长因子取得一个较小值, 以减小稳态误差。

根据上述选取原则, 本文以满足步长选取原则的双曲正切函数 $f(x) = 1 - \frac{2}{1 + \exp(2x)}$ 为基础, 引入参数 α 、 β 、 m 共同控制步长曲线的形状, 得到步长因子和误差函数之间的关系为

$$\mu(n) = \alpha \left(1 - \frac{m+1}{m + \exp(\beta e(n))} \right) \quad (11)$$

由于步长因子为正值, 将式(11)变成偶函数, 即

$$\mu(n) = \alpha \left(1 - \frac{m+1}{m + \exp(\beta |e(n)|)} \right) \quad (12)$$

文献[18]在双曲正切函数的基础上, 利用误差信号的相关值 $e(n)e(n-1)$, 代替 $e(n)$ 减小了随机噪声的干扰, 并通过引入参数改善了步长因子的底部特性, 一定程度上解决了定步长 LMS 算法的缺陷。但该算法的系统跟踪能力略显不足, 因此, 为了加强步长与输入信号的关系, 使算法具有良好的跟踪能力, 本文在文献[18]的基础上加入一个步长反馈因子 $J(n)$, $J(n)$ 的表达式如式(13)所示。

$$J(n) = kJ(n-1) + e(n)X(n) \quad (13)$$

将误差信号的相关值 $e(n)e(n-1)$ 代替 $e(n)$, 并把 $J(n)$ 的二范数作为自变量代入式(12)中, 得到式(14)。

$$\mu(n) = \alpha \left(1 - \frac{m+1}{m + \exp(\beta |e(n)e(n-1)| \|J(n)\|^2)} \right) \quad (14)$$

为防止输入信号功率突然增大导致算法发散, 在加权系数向量更新时, 加入“归一化”算法对 $\mu(n)$

进行限制, 即

$$W(n+1) = W(n) + \frac{2\mu(n)e(n)X(n)}{\varphi + X^T(n)X(n)} \quad (15)$$

其中, φ 是为了避免分母过小而设置的常数, 取值为 0.01。

至此, IVSSLMS 算法流程可总结为

$$e(n) = d(n) - W^T(n)X(n) \quad (16)$$

$$J(n) = kJ(n-1) + e(n)X(n) \quad (17)$$

$$\mu(n) = \alpha \left(1 - \frac{m+1}{m + \exp(\beta |e(n)e(n-1)| \|J(n)\|^2)} \right) \quad (18)$$

$$W(n+1) = W(n) + \frac{2\mu(n)e(n)X(n)}{\varphi + X^T(n)X(n)} \quad (19)$$

由式(18)可知, 当 $e(n) \rightarrow 0$ 时, $\lim_{e(n) \rightarrow 0} \mu(n) = 0$; 当 $e(n) \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{e(n) \rightarrow \infty} \mu(n) = \alpha$, 即 $\mu(n)$ 的最大值为 α 。由式(10)可得, IVSSLMS 算法的收敛条件为

$$0 < \alpha < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (20)$$

4 算法理论分析

4.1 参数选择

本节通过误差函数与步长因子的关系曲线, 将 IVSSLMS 算法中参数对步长的影响进行讨论分析, 关系曲线如图 2 所示。其中, 图 2(a)为 $\beta=20$ 、 $m=600$ 、 $k=0.6$, α 分别为 0.1、0.2、0.3 时的步长曲线; 图 2(b)为 $\alpha=0.3$ 、 $m=600$ 、 $k=0.6$, β 分别为 15、25、50 时的步长曲线; 图 2(c)为 $\alpha=0.3$ 、 $\beta=20$ 、 $k=0.6$, m 分别取 60、600、6 000 时的步长曲线; 图 2(d)为 $\alpha=0.3$ 、 $\beta=20$ 、 $m=600$, k 取 0.3、0.6、0.9 时的步长曲线。

从图 2 可以看出, 参数 α 对步长的取值起到了至关重要的作用。随着 α 的增大, 步长的取值也较大, 即在满足式(20)的情况下, 较大的 α 能获得较大的步长, 算法能获得较高的收敛速度。

参数 β 、 m 、 k 对步长函数的形状影响较大。可以看到, β 越小, m 越大, k 越小, 则在同一误差值下, 步长的取值越小。另外, 由图 2(d)可以看出, 若 k 选的过大, 误差信号还未为 0 时, 步长因子就已经为 0 或几乎为 0, 这将严重减缓算法的收敛速度。因此, 在实际的工程运用中, 需要对 α 、 β 、 m 、 k 的取值进行折中考虑。

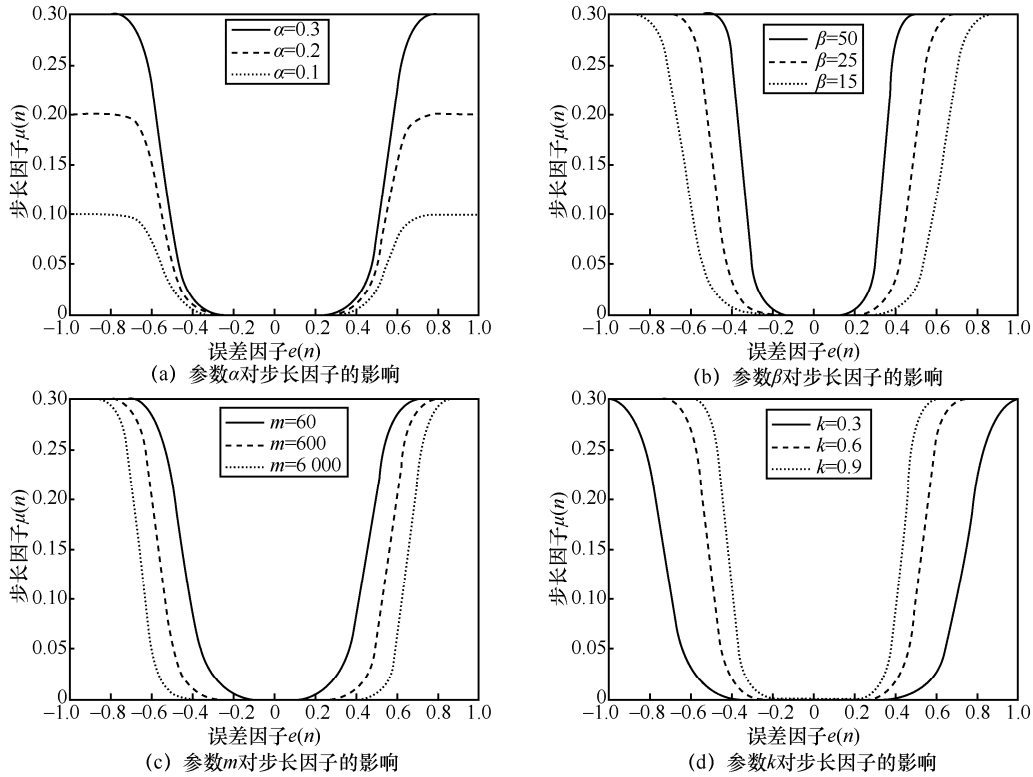


图 2 各参数变化时 $\mu(n)$ 与 $e(n)$ 曲线

4.2 算法抗干扰性分析

式(18)中涉及随机性的因子只有 $e(n)e(n-1)\|J(n)\|^2$ ，采用统计平均来分析系统的抗干扰能力。步长反馈因子 $J(n) = kJ(n-1) + e(n)X(n)$ ，其中， $J(0)$ 为零向量，将步长反馈因子进行简化得到

$$J(n) = \sum_{i=1}^n k^{n-i} e(i)X(i) \quad (21)$$

计算 $e(n)e(n-1)\|J(n)\|^2$ 的期望为

$$E\{e(n)e(n-1)\|J(n)\|^2\} = E\left\{e(n)e(n-1)\left\|\sum_{i=1}^n k^{n-i} e(i)X(i)\right\|^2\right\} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E\{e(n)e(n-1)k^{n-i}(e(i)X(i))^T k^{n-j} e(j)X(j)\} \quad (22)$$

由式(22)可以得到，当 $i \neq j$ 时，由于 $0 < k < 1$ ， $n \rightarrow \infty$ ， $E\{e(n)e(n-1)\|J(n)\|^2\} = 0$ ，即此时的步长变化对算法没有干扰。

当 $i = j$ 时，式(22)可以写成

$$E\{e(n)e(n-1)\|J(n)\|^2\} = \sum_{i=1}^n E\{k^{2(n-i)} X^T(i)X(i)e^2(i)e(n)e(n-1)\} = \sum_{i=1}^n k^{2(n-i)} E\{X^T(i)X(i)\} E\{e^2(i)e(n)e(n-1)\} \quad (23)$$

由式(23)可知，系统的统计平均特性不含噪声 $v(n)$ ，系统不受独立噪声 $v(n)$ 的影响。因此 IVSSLMS 算法利用 $e(n)e(n-1)\|J(n)\|^2$ 调节步长因子可以提高算法的抗干扰能力。

5 仿真分析研究

5.1 算法参数对性能的影响分析

本文的所有仿真在 MATLAB R2016a 软件下进行。设自适应滤波器的阶数 $M=6$ ，假设未知系统为横向 FIR (finite impulse response) 结构，抽头系数为 $[-0.580\ 6, 0.653\ 7, -0.322\ 3, 0.657\ 7, -0.058\ 2, 0.289\ 5]$ ，在迭代次数 $N=500$ 时将系统的抽头系数设置为 $[-0.580\ 6, 0.485\ 6, -0.238\ 7, 0.159\ 6, -0.325\ 4, 0.102\ 5]$ 。假设自适应滤波器的输入信号 $x(n)$ 和干扰噪声 $v(n)$ 均为 0 均值的高斯白噪声， $x(n)$ 的方差为 1， $v(n)$ 的方差为 0.001，即信噪比为 30 dB。系统的取样点数为 1 000，每条学习曲线均为 200 次独立仿真后求其统计平均的结果。参数 α 和 β 变化时的学习曲线如图 3 所示。

图 3(a)是 $\beta=3\ 000$ 、 $m=10$ 、 $k=0.9$ ， α 分别取 0.1、0.5、0.8、1.0、1.5 时的学习曲线。分析图 3(a)可知，

在 α 从 0.1 增加到 1.5 的过程中, 算法的收敛速度越来越快, 但稳态误差也相应提高。当 $\alpha=0.1$ 时, 算法达到稳态的次数为 200 左右; 当 $\alpha=1.5$ 时, 算法达到稳态的次数为 50 左右, 但 $\alpha=1.5$ 时的稳态误差较大。经过仿真验证, α 为 0.8 左右时算法性能较优异。在工程应用中, α 的取值首先需要分析输入信号的统计特性, 其次还要使 α 值满足式(20)。

图 3(b)是 $\alpha=0.8$ 、 $m=10$ 、 $k=0.9$, β 分别取 2、25、200、3 500、40 000 时的学习曲线。分析图 3(b)可知, 随着 β 的增大, 算法的稳态误差和收敛效果都逐渐变好。当 β 分别为 3 500 和 40 000 时, 两者的收敛速度和稳态误差接近。为了降低系统的计算量, 提高算法的运行速度, 经过仿真验证, β 为 3 500 左右时算法性能较优异。

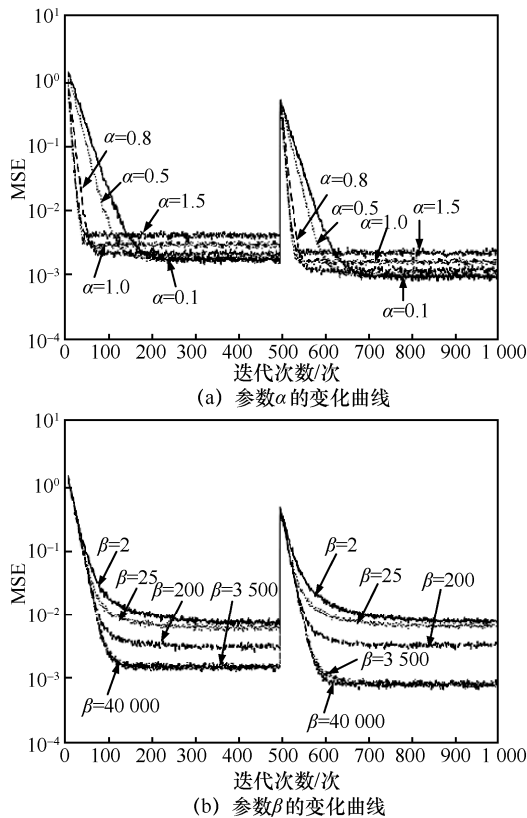


图 3 参数 α 和 β 变化时的迭代次数与均方误差曲线

参数 m 和 k 变化时的学习曲线如图 4 所示。

图 4(a)是 $\alpha=0.8$ 、 $\beta=3 000$ 、 $k=0.9$, m 分别取 1、15、150、5 000、10 000 时的学习曲线, 分析图 4(a)可知, $m=1$ 时的学习曲线与 $m=15$ 时学习曲线的收敛速度相近, 但 $m=15$ 时的稳态误差较低。经过仿真验证, m 为 15 左右时算法性能较优异。

图 4(b)是 $\alpha=0.8$ 、 $\beta=3 000$ 、 $m=1 000$, k 分别取 0.6、0.7、0.8、0.9、1.5 时的学习曲线, 分析图 4(b)可知, 参数 k 越大, 对对应算法趋于稳态时的误差越小。但 k 的值过大会导致算法的收敛速度降低, 如 $k=1.5$ 所示。经过仿真验证, k 为 0.9 左右时算法性能较优异。

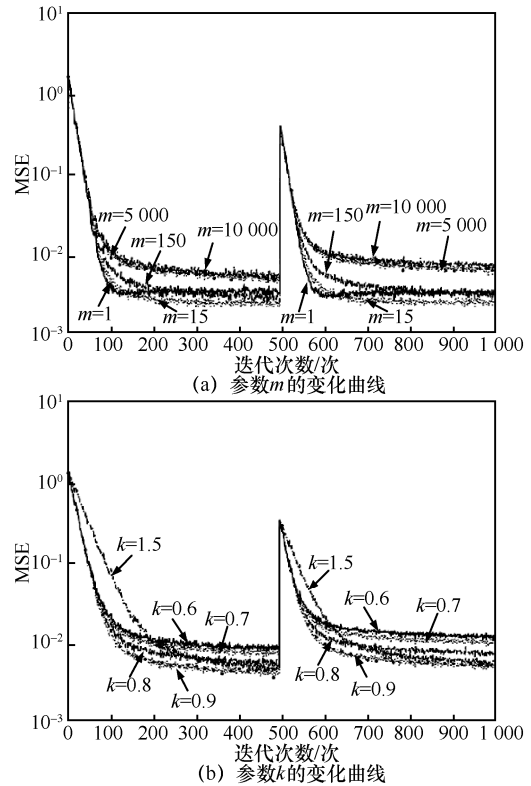


图 4 参数 m 和 k 变化时的迭代次数与均方误差曲线

5.2 算法稳健性分析

本节将分析 IVSSLMS 算法的稳健性, 仿真设置的环境与 5.1 节设置的环境相同, 算法参数设置为 $\alpha=0.85$ 、 $\beta=3 500$ 、 $k=0.9$ 、 $m=15$ 。不同信噪比下算法的学习曲线如图 5 所示。

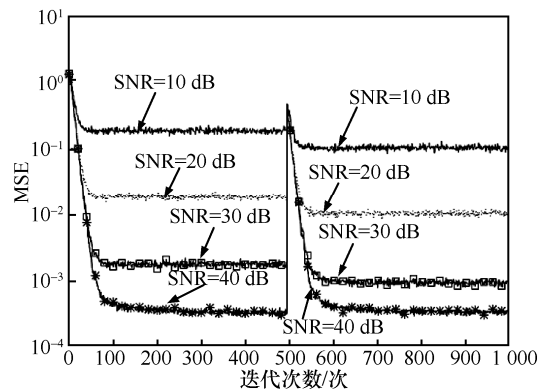


图 5 不同信噪比下的学习曲线

由图 5 可知, 在 IVSSLMS 算法达到稳态后, 随着系统参数的改变, IVSSLMS 算法仍可以快速恢复到收敛状态, 这表明 IVSSLMS 算法具有较好的跟踪能力。在低信噪比条件下, IVSSLMS 算法仍可以保持良好的性能, 这表明 IVSSLMS 算法具有良好的稳健性。

6 多种变步长 LMS 算法性能对比

本节将 IVSSLMS 算法与文献[18-21]这几种变步长算法在信噪比分别为 30 dB 和 15 dB 时进行仿真, 仿真设置的环境与 5.1 节设置的环境相同。几种变长算法对比如表 1 所示。

系统取样点为 1 000、每条曲线均为 200 次独立仿真后取平均的结果, 仿真结果如图 6 所示。

由图 6(a)可知, 当信噪比为 30 dB 时,

IVSSLMS 算法的收敛速度和稳态误差性能均明显高于其他 4 种变步长 LMS 算法, 文献[18]算法在系统响应发生变化时, 收敛速度和稳态误差性能均受到严重影响, 表明该算法的系统跟踪能力较差。文献[19]算法的稳态误差较高。文献[20]算法的收敛速度快于文献[21]算法, 但稳态误差高于文献[21]算法。由图 6(b)可知, 当信噪比为 15 dB 时, 文献[18-20]算法的收敛速度均快于文献[21]算法, 但稳态误差低于文献[21]算法。文献[21]算法的稳态误差接近于 IVSSLMS 算法, 但 IVSSLMS 算法的收敛速度比文献[21]算法快了 2 倍以上。通过以上对比分析可知, 在高低信噪比背景下, 相比于这 4 种变步长 LMS 算法, IVSSLMS 算法的收敛速度优势明显, 稳态误差也较低, 对外界系统的适应性也更强。

表 1 几种变步长算法对比

算法	变步长算法流程	参数	参数取值 (SNR=30 dB)	参数取值 (SNR=15 dB)
IVSSLMS 算法	$J(n) = kJ(n-1) + e(n)X(n)$			
	$\mu(n) = \alpha \left(1 - \frac{m+1}{m + \exp(\beta e(n)e(n-1) \ J(n)\ ^2)} \right)$	α, β	0.85, 3 500	0.55, 4 000
	$W(n+1) = W(n) + \frac{2\mu(n)e(n)X(n)}{\varphi + X^T(n)X(n)}$	m, k	15, 0.9	10, 0.9
文献[18]	$\mu(n) = \alpha \left(1 - \frac{m+n}{m+n\exp(\beta e(n)e(n-1) + \lambda e(n))} \right)$	α, β	0.85, 2 000	0.65, 2 000
	$W(n+1) = W(n) + 2\mu(n)e(n)X(n)$	m, n	1 000, 500	700, 500
		λ	0.01	0.01
文献[19]	$J(n) = 1 - \frac{m}{m + \exp(\beta e(n)e(n-1) + \lambda e(n))} - 1$	α, β	0.85, 10	0.65, 100
	$\mu(n) = \alpha\mu(n-1) + (1-\alpha)J(n)$	m, λ	100, 0.01	10, 0.01
	$W(n+1) = W(n) + 2\mu(n)e(n)X(n)$			
文献[20]	$\mu(n) = \frac{\lambda}{\varphi + X^T(n)X(n)} \operatorname{atan}(\beta\ e(n)X(n)\)$	λ, φ	0.85, 0.001	0.65, 0.001
	$W(n+1) = W(n) + 2\mu(n)e(n)X(n)$	β	10	10
文献[21]	$p(n+1) = \alpha p(n) + \gamma e^2(n)$			
	$\mu(n) = \begin{cases} \mu_{\max}, & p(n+1) < \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, & p(n+1) > \mu_{\max} \\ p(n+1), & \text{其他} \end{cases}$	α, β	0.57, 5	0.27, 8
		λ, b	0.01, 0.65	0.35, 1.65
		μ_{\max}	0.8	0.6
	$q(n) = \frac{\operatorname{sign}(W(n))}{1 + b W(n) + b^2\ W(n)\ ^2}$	μ_{\min}	0.01	0.01
	$W(n+1) = W(n) + 2\mu(n)e(n)X(n) - \lambda\mu(n)q(n)$			

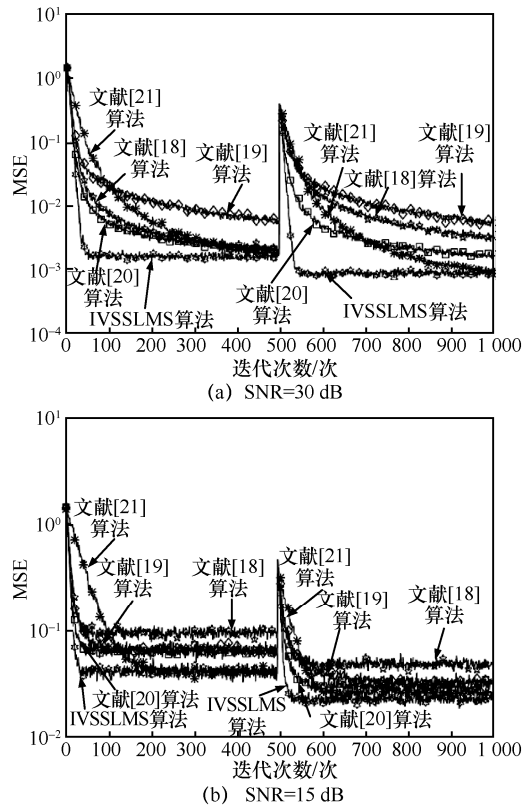


图 6 不同信噪比环境下各算法的学习曲线

7 结束语

本文分析了多种已有变步长 LMS 算法，提出了一种新的变步长算法 IVSSLMS。该算法基于改进的双曲正切函数，引入步长反馈因子和误差信号的相关值控制步长因子的更新，使在收敛初期步长获得较大值提高算法的收敛速度，在趋于收敛时步长获得恒定的较小值减小稳态误差。仿真实验表明，IVSSLMS 算法在高/低信噪比下的性能相较于其他变步长算法更优异。但 IVSSLMS 算法引入的参数较多，与其他变步长算法相比计算量稍大，但以目前的硬件水平是完全可以接受的，因此 IVSSLMS 算法具有广阔的工程应用场景和较高的实际应用价值。

参考文献:

[1] 张平, 陶运铮, 张治. 5G 若干关键技术评述[J]. 通信学报, 2016, 37(7): 15-29.
ZHANG P, TAO Y Z, ZHANG Z. Survey of several key technologies for 5G[J]. Journal on Communications, 2016, 37(7): 15-29.

[2] ZHAO L, NG D, YUAN J. Multi-user precoding and channel estimation for hybrid millimeter wave systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(7): 1576-1590.

[3] WIDROW B, HOFF M E. Adaptive switching circuits[M]//ANDERSON J A, ROSENFELD E. Neuro computing: foundations of research. Massachusetts: MIT Press, 1988.

[4] YU C, GU R, WANG Y. The application of improved variable step-size LMS algorithm in sonar signal processing[C]//2020 IEEE 4th Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1856-1860.

[5] JALAL B, YANG X P, WU X C, et al. Efficient direction-of-arrival estimation method based on variable-step-size LMS algorithm[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2019, 18(8): 1576-1580.

[6] SENAPATI A, SHARMA R, ROY J S, et al. Beamforming in adaptive smart antenna with multiple interferers using leaky LMS and variable step size LMS[C]//2018 IEEE International Conference on Applied Electromagnetics, Signal Processing and Communication. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-4.

[7] LAID C, SAAD B. Variable step size pre-whitening transform domain LMS adaptive noise canceller[C]//2019 International Conference on Advanced Systems and Emergent Technologies. Piscataway: IEEE Press, 2019: 327-332.

[8] 刘建成, 全厚德, 赵宏志, 等. 基于迭代变步长 LMS 的数字域自干扰抵消[J]. 电子学报, 2016, 44(7): 1530-1538.
LIU J C, QUAN H D, ZHAO H Z, et al. Digital self-interference cancellation based on iterative variable step-size LMS[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(7): 1530-1538.

[9] 罗小东, 贾振红, 王强. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 电子学报, 2006, 34(6): 1123-1126.
LUO X D, JIA Z H, WANG Q. A new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 1123-1126.

[10] 张红梅, 韩万刚. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法研究及其应用[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(8): 1822-1830.
ZHANG H M, HAN W G. A new variable step LMS algorithm and its application[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(8): 1822-1830.

[11] 韩彦博, 高丽. 基于 Q 函数的变步长 LMS 算法[J]. 兰州交通大学学报, 2017, 36(6): 42-46.
HAN Y B, GAO L. Variable step-size LMS algorithm based on Q function[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2017, 36(6): 42-46.

[12] 张宇萌, 杨明川, 刘晓锋, 等. 基于改进最小均方算法的卫星多波束形成技术[J]. 通信学报, 2017, 38(S1): 171-178.
ZHANG Y M, YANG M C, LIU X F, et al. Improved least mean square algorithm based in satellite multi-beamforming[J]. Journal on Communications, 2017, 38(S1): 171-178.

[13] LU B Q, FENG C Q, LONG G N. A new variable step-size LMS adaptive algorithm based on marr function[C]//International Conference on Information Technology & Applications. Piscataway: IEEE Press, 2013: 212-217.

[14] HE D H, WANG M J, HAN Y F, et al. Variable step size LMS adaptive algorithm based on exponential function[C]//2019 IEEE 2nd International Conference on Information Communication and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2019: 473-477.

[15] 刘建成, 赵宏志, 全厚德, 等. 迭代变步长 LMS 算法及性能分析[J].

电子与信息学报, 2015, 37(7): 1674-1680.

LIU J C, ZHAO H Z, QUAN H D, et al. Iteration-based variable step-size LMS algorithm and its performance analysis[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 37(7): 1674-1680.

- [16] SIDDAPPAJ I, SUDHA K L. Performance analysis of new time varying LMS (NTVLMS) adaptive filtering algorithm in noise cancellation system for speech enhancement[C]//World Congress on Information & Communication Technologies. Piscataway: IEEE Press, 2015: 224-231.
- [17] 覃景繁, 韦岗. 基于S型函数的变步长LMS自适应滤波算法[J]. 无线电工程, 1996(4): 44-47.
QIN J F, WEI G. A variable step size LMS adaptive filtering algorithm based on sigmoid function[J]. Radio Engineering, 1996, 26(4): 44-47.
- [18] 田福庆, 罗荣, 李克玉, 等. 基于改进的双曲正切函数变步长 LMS 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(9): 1758-1763.
TIAN F Q, LUO R, LI K Y, et al. New variable step size LMS algorithm based on modified hyperbolic tangent function[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(9): 1758-1763.
- [19] 彭继慎, 刘爽, 安丽. 低信噪比下基于新型变步长 LMS 的自适应滤波算法[J]. 传感技术学报, 2013, 26(8): 1116-1120.
PENG J S, LIU S, AN L. The new variable step size LMS adaptive filtering algorithm for low SNR[J]. Journal of Sensing Technology, 2013, 26(8): 1116-1120.
- [20] 张兰勇, 王帮民, 刘胜, 等. 一种新的变步长自适应噪声消除算法[J]. 电子学报, 2017, 45(2): 321-327.
ZHANG L Y, WANG B M, LIU S, et al. A novel variable step-size adaptive interference cancellation algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(2): 321-327.
- [21] SALMAN M S, EL-SAYED F, YOUSSEF A. A sparse variable step-size LMS algorithm for impulsive noise[C]//2019 3rd

International Conference on Bio-engineering for Smart Technologies. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-6.

[作者简介]



章坚武 (1961-), 男, 博士, 浙江杭州人, 杭州电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信、多媒体信号处理与人工智能、通信网络与信息安全等。



余皓 (1995-), 男, 安徽黄山人, 杭州电子科技大学硕士生, 主要研究方向为自适应信号处理、同时同频自干扰信号消除等。



章谦骅 (1990-), 男, 浙江杭州人, 浙江大学博士生, 之江实验室智能网络研究中心工程师, 主要研究方向为无线网络、物联网、智慧城市等。